

University of Groningen

Modernisering van het wiskundeonderwijs

Brandenburg, Willem Jan

IMPORTANT NOTE: You are advised to consult the publisher's version (publisher's PDF) if you wish to cite from it. Please check the document version below.

Document Version

Publisher's PDF, also known as Version of record

Publication date:

1968

[Link to publication in University of Groningen/UMCG research database](#)

Citation for published version (APA):

Brandenburg, W. J. (1968). *Modernisering van het wiskundeonderwijs*. s.n.

Copyright

Other than for strictly personal use, it is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

The publication may also be distributed here under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license. More information can be found on the University of Groningen website: <https://www.rug.nl/library/open-access/self-archiving-pure/taverne-amendment>.

Take-down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Downloaded from the University of Groningen/UMCG research database (Pure): <http://www.rug.nl/research/portal>. For technical reasons the number of authors shown on this cover page is limited to 10 maximum.

Samenvatting

DE MODERNISERING VAN HET WISKUNDEONDERWIJS

In deze studie wordt de modernisering van het wiskundeonderwijs aan de orde gesteld in verband met de actuele situatie. Eerst wordt langs historische weg afgeleid wat men onder moderne wiskunde moet verstaan (I). Het is die wiskunde welke de achtergrond bij de modernisering van de schoolwiskunde vormt, zowel in Nederland als elders (I.2.3.3).

Vervolgens zijn de historische achtergronden van de modernisering van de schoolwiskunde nagegaan, waarbij vooral Felix Klein (I.3.2.1) en het Erlanger Programm aan de orde komen. Aandacht is besteed aan de centrale plaats van de logica (I.3.5) en haar verwerking in de schoolwiskunde (I.3.6, I.4, I.5).

De twintigste eeuw is de gouden eeuw voor de wiskunde zegt G. Baley Price, de chairman van het Department of Mathematics aan de Universiteit van Kansas (I.2.1.8). Na 1900 is er reeds meer wiskunde gecreëerd dan in alle voorgaande eeuwen. Deze eeuw heeft ons het ontstaan en de sterke ontwikkeling te zien gegeven van nieuwe gebieden van de zuivere wiskunde als abstracte algebra, topologie, maattheorie en de theorie van de Hilbertruimten (I.2.2.5, I.2.2.9.7). Voor 1930 werden deze nieuwe takken van de wiskunde nog niet op de universiteit gedoceerd (I.2.2.5).

Omdat het niet mogelijk is in de huidige tijd wiskundige te zijn zonder kennis te dragen van deze nieuwe onderwerpen is de herscholing van de wiskundige noodzaak¹ geworden. Dit geldt ook voor de wiskundige, die leraar is. Omdat een leraar op grond van zijn professie geen specialist is op een bepaald gebied der wiskunde, schept deze herscholing andere problemen als bij andere wiskundigen, die doorgaans op een bepaald gebied werkzaam zijn. Bovendien is de leraar juist door zijn beroep gedwongen de ontwikkeling van de gehele wiskunde te blijven overzien.

De herscholing van de wiskundeleraar is derhalve een probleem, dat om een speciale oplossing vraagt, nl. een door de universiteit geleide en georganiseerde herscholing (IV.2).

De stormachtige ontwikkeling van de wiskunde schept echter ook problemen t.a.v. de schoolwiskunde. Het universitaire onderwijs heeft met veel moeite deze ontwikkeling bijgehouden. Het gevolg daarvan was, dat de kloof, die ontstaan is tussen de op de universiteit onderwezen wiskunde en

de op school onderwezen wiskunde veel wijder is geworden. Deze ontwikkelingen zijn aanvankelijk buiten de school omgegaan (I.3.6).

De modernisering van de schoolwiskunde, die zich doorgaans presenteert als modernisering van het wiskunde-onderwijs, is nu een bijzonder actueel onderwijsprobleem (I.4, I.5).

Het is een internationaal probleem, waarvan in verschillende landen in ongelijk tempo naar een oplossing gestreefd wordt (IV.3, V). Naast de geleidelijke ontwikkeling in Rusland (V.2.2.14), is er een ontwikkelingsexplosie in de Verenigde Staten van Amerika in 1957 (V.2.2.12, V.2.2.13). Deze explosie realiseert zich in de verschillende centra binnen de Verenigde Staten op een eigen wijze, wel in contact met elkaar, doch niet gecoördineerd.

In Europa wordt het probleem in zijn volle omvang aan de orde gesteld in december 1959 te Royaumont (Frankrijk) op een conferentie onder auspiciën van de O.E.C.E. (IV.2.1, IV.2.2). In Dubrovnik (Joegoslavië) heeft een werkgroep een model gemaakt voor een Europees wiskundeleerplan.

De Scandinavische landen laten een gecoördineerde pragmatische en geregistreerde ontwikkeling zien (V.2.2.7). Engeland (V.2.2.4) en Schotland (V.2.2.11) eveneens, waarvan die in Schotland met research begeleid wordt. In Frankrijk (IV.2.1) hebben de ontwikkelingen hetzelfde tempo, doch gaan inhoudelijk onder invloed van de Bourbaki (I.2.2.9) in een meer theoretische richting. Dit laatste is incidenteel in Duitsland ook het geval. In Nederland (I.5, IV.3.3) heeft men enige proefteksten op het gebied van de meetkunde op v.h.m.o.-scholen geprobeerd. Voor de h.a.v.o.-scholen wordt een Schotse proeftekst geschikt gemaakt. Daarnaast organiseert men uitgebreide herscholingscursussen voor leraren (IV.2.3, IV.2.4).

De modernisering van het onderwijs als geheel is een proces, dat wellicht een minder stormachtig verloop heeft, omdat het minder door economisch-maatschappelijke en meer door cultuur-maatschappelijke ontwikkelingen beïnvloed wordt. Is de 20ste eeuw wel de eeuw van het kind genoemd, men kan nog niet zeggen, dat bij het voortgezet onderwijs het lerende kind centraal staat. Toch zijn op het gebied van de studie van het didactisch proces wel vorderingen gemaakt.

De theorieën van het leerproces (II.2.1) ontwikkelen zich van vermogens-theorie, voorstellingstheorie enz. tot een fenomenologie van het leren, welke zich voor Nederland concretiseert in een theorie van de stratiformiteit van het denken, waarop een autonoom en intentioneel leerproces geënt is (Van Parreren) (II.2.1.7). Van de denkpsychologie (II.2.2) heeft vooral de denkpsychologie van Selz grote invloed gehad op de didaktiek. Zij vormt het uitgangspunt voor de theorie van 'het leren denken' van Kohnstamm (II.2.3).

De didaktiek heeft zich nadien ontworsteld aan de leer- en denkpsychologie als imperatief (II.2.6). Wel zijn leer- en denkpsychologie raadgevers gebleven terwille van het handelen in een onderwijsleersituatie. In deze situatie

speelt echter ook de wisselwerking van de intrinsieke kenmerken van de leerstof en leer- en ontwikkelingspsychologische motieven t.a.v. het lerende kind, welke tot *leerstofordening* voert, een voorname rol. Daarnaast is de van het leerdoel afhankelijke *leertheorie* van grote betekenis.

Leerstofordening, didaktische werkvormen en leertheorie zijn de drie aspecten van de onderwijsleersituatie. Van Gelder plaatst in zijn didaktische analyse deze onderwijsleersituatie tussen de beginsituatie en het *leerdoel* (II.2.6). De opvattingen van Van Gelder leiden eerder tot een didaktisch model dan tot een didaktische theorie. Dit is op zichzelf een verdienste, die des te groter is omdat dit model een kader geeft aan de onderwijsleersituatie, waardoor deze laatste onderzoekbaar wordt (V.3). De betekenis ligt vooral in het universele karakter. Men kan het model gebruiken in de situatie van het door middel van geprogrammeerde instructie individueel lerende kind, zowel als in de optimaal gedifferentieerde klassesituatie (II.2.6.10).

De criteria voor een didaktische theorie liggen heden ten dage niet meer in de imperatieven, maar in de *empirische verificatie*.

Als we willen onderzoeken of een *onderwerp*, bijvoorbeeld uit de moderne wiskunde, geschikt is om op een bepaald schooltype te onderwijzen, moeten we goed onderscheiden wat varieert in de situatie, waarin het onderzoek plaats vindt.

We onderscheiden in het didaktische proces: beginsituatie; leerstofordening – didaktische werkvorm – leertheorie; doelstelling.

Er is nog meer: de schoolorganisatie, de schoolklas, waarin geëxperimenteerd wordt, de leraar.

Het doel van het experiment is na te gaan of het bepaalde onderwerp al dan niet geschikt is voor een bepaald schooltype. Deze doelstelling is operationeel te maken.

Analyse van de beginsituatie is, behalve vaststelling van de schoolorganisatie en de ontwikkelingspsychologische gesteldheid der leerlingen, in de eerste plaats het nagaan van de noodzakelijke voorkennis van de leerlingen van de schoolklas. Ook deze kennis kan geoperationaliseerd en dus getoetst worden. We kunnen het geheel zien als een *funktierelatie* tussen *leerstof* en *leerprestatie* per leerling. De leerstof behoort tot de *bronverzameling*, de leerprestaties tot de *funktiewaardenverzameling* (V.3.2, V.3.3).

De geanalyseerde beginsituatie is de *existentievoorwaarde* van de functie. Didaktische werkvorm, leerstofordening en het leertheoretische aspect van het didaktisch proces zijn de *parameters* van de functie. Het zijn variërende karakteristieken van de situatie (V.3.4).

Deze parameters zijn onderling afhankelijk.

Daarnaast moet worden opgemerkt, dat ook leraren en schoolklassen onderling verschillen, doch dit zijn *statistische variabelen*, waarop de voorwaarden van *representativiteit* en *steekproefgrootte* betrokken zijn (V.3.4).

Verder moeten we onderscheid maken tussen *het doel van het experiment*,

waarin in dit geval de leerlingen tot het onderzoekmedium behoren en *het doel van de lessen*, waarin, als het goed is, juist de stof tot het medium en de leerlingen de onafhankelijke variabelen zijn (V.3.5).

Bovendien worden in het didaktisch proces behalve materiële leerdoelen ook onderwijs-, vormings- en opvoedingsdoelen nagestreefd. Het is een reden om de participerende leraar wel op de hoogte te brengen van het doel van het experiment, maar niet van het geoperationaliseerde doel. Het gevaar bestaat anders, dat de overige doelen gereduceerd worden, of zelfs als *middel* gaan fungeren, om het geoperationaliseerde doel te bereiken.

Daarnaast bestaat de methodologische eis van de onderwijsresearch, dat de taak van de onderzoeker en die van de proefleider scherp gescheiden dienen te blijven (V.3.6).

Ten aanzien van deze criteria is door ons een questionnaire gestuurd naar vertegenwoordigers uit 16 landen, waarin o.a. de volgende vragen voorkwamen:

Have test texts been used?

Are there already definitive texts?

Were the performances of the pupils tested by an authority which was independent of the teacher conducting the texts?

Had these tests already been fixed before the experiment started?

Have the experiments perhaps been repeated?

De resultaten zijn als volgt:

Men maakt gebruik van proefteksten. De meeste proefteksten zijn nog niet definitief. De leerresultaten zijn doorgaans door de leraar beoordeeld. In de gevallen, dat de tests niet door de leraar zijn opgesteld, heeft men deze tests niet voor het begin van de experimenten vastgesteld. In enige gevallen heeft men ook dat niet gedaan. Gedeeltelijk zijn de experimenten herhaald. Zo men doelstellingen had, werden deze derhalve in geen der gevallen geoperationaliseerd voor het experiment begon. Ook niet in de gevallen, waarin men het experiment herhaald heeft. In geen der gevallen zijn de proefnemingen toetsings-onderzoeken geworden. In geen der gevallen is de onderwijsresearch voltooid, of doet men serieus aan onderwijsresearch (V.5).

Heden ten dage worden we geconfronteerd met enerzijds de inhoudelijke modernisering van de schoolwiskunde, anderzijds met de mogelijkheid adequate werkvormen, leertheorieën en leerstofordeningen naar optimaliteit te onderzoeken.

Daarnaast vindt een ingrijpende verandering in ons onderwijsstelsel plaats (III.1). Deze verandering is van zodanige aard, dat herbezinning en op leerstof en op onderwijsmethoden is vereist. Bovendien vloeit er een herindeling van de bevoegdheidseisen uit voort en daarmee komt, mede op andere gronden, de noodzaak van een lerarenopleiding sterk naar voren (VI). Zijn in de ontwikkelingen, welke voeren tot een lerarenopleiding, vier perioden te onderscheiden (VI.1.1), de vijfde wordt wellicht ingezet door de discussie over het interim-

rapport over de lerarenopleiding (VI.3.1), afkomstig van een bij beschikking van 31 december 1964 door de toenmalige minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen ingestelde commissie om advies uit te brengen over:

- a. de organisatie van de opleiding tot het verkrijgen van de akten van bekwaamheid, met inbegrip van examenprogramma's en overgangsmaatregelen;
- b. de organisatie van de opleiding tot het verkrijgen van het bewijs van voldoende pedagogische en didactische voorbereiding.

Het rapport (VI.3), dat beschouwingen omtrent de examens, de duur van de opleiding en de toelating tot de examens (VI.3.1.2), de combinatie van vakken en aan de akten te verbinden bevoegdheden (VI.3.1.3), het algemeen programma en de studiegang (VI.3.1.4) bevat, gaat ook in op de pedagogische opleiding (VI.3.1.5) en de her-, bij- en nascholing van de leraar (VI.3.1.6).

Het bevat veel materiaal voor discussie. Een discussie welke, indien goed gevoerd, kan leiden tot een uitgewerkt plan voor een leraarsopleiding (VI.3.1.8). Een voorstel tot een programma voor de wiskunde in het kader van de voorgestelde lerarenopleiding wordt in deze studie gedaan (VI.3.3).

De ontwikkelingen, die leiden tot de inhoudelijke modernisering van de wiskunde, zijn niet specifiek voor Nederland. Het is een internationaal proces, waarin ons land meegaat.

De veranderde opvattingen omtrent de onderwijsleersituatie bepalen zich niet speciaal tot Nederland. Ook de verandering in ons onderwijsstelsel is niet iets nieuws in Europa. Inzake de lerarenopleiding is evenwel nog veel te doen (VI.1, VI.2). Het betekent, dat het van groot belang is te weten, welke plaats men inneemt t.a.v. de kwaliteit van het onderwijs in andere landen. In dit verband is een opmerkelijk onderzoek op het gebied der vergelijkende opvoedkunde gedaan (V.6).

Tot dusver heeft de vergelijkende opvoedkunde zich voornamelijk beperkt tot beschrijvingen van onderwijssystemen in verschillende landen. Culturele achtergronden van deze systemen en die, welke leiden tot onderscheid, waren object van de studie. De UNESCO, zowel als de O.E.C.D. hebben de uitwisseling van gegevens, betreffende onderwijsorganisatie, leerplannen en onderwijsmethoden, geïntensiveerd.

Het inzicht in de voorname rol, die het onderwijs speelt in het bevorderen of remmen van sociale ontwikkelingen, is in belangrijke mate toegenomen. Daarnaast heeft men zich gerealiseerd, dat aan de groeiende vraag naar intellectuele mankracht slechts voldaan kan worden, als men een goed functionerend onderwijssysteem heeft, waarin de begaafdheden der leerlingen ontdekt en ontwikkeld worden. Het onderstreept de noodzaak tot onderzoek en objectieve informatie inzake de doelmatigheid van de huidige onderwijssystemen.

De 'International Study of Achievements in Mathematics', gerapporteerd door Husén, is een eerste stap in deze richting. De aanleiding hiertoe ontstond

op een bijeenkomst te Hamburg op het UNESCO-Institute for Education, waar vertegenwoordigers van researchinstituten uit twaalf landen bijeen waren. Deze instituten formeerden een Council of the International Project for the Evaluation of Educational Achievement (I.E.A.).

In dit project heeft men een aantal fundamentele hypothesen getest, betrekking hebbende op de resultaten van verschillende onderwijssystemen. In deze onderwijssystemen werd de verscheidenheid van de sociale en culturele context betrokken.

In het algemeen kunnen door zulke internationale onderzoeken de onderwijskundigen profiteren van de onderwijservaringen in andere landen. Het geeft de onderwijskundigen de mogelijkheid hun eigen onderwijssysteem van objectiever standpunt uit te beoordelen, omdat voor het eerst variabelen, die gerelateerd zijn aan onderwijsresultaten, gekwantificeerd zijn volgens een standaardmethode. Dit op zichzelf met daarnaast de inhoudsanalyse van de wiskundeleerplannen en de doelstellingen van het wiskunde-onderwijs, betekent dat men in staat is zijn eigen systeem kritischer te beoordelen. In vele landen zal derhalve een nationaal rapport verschijnen, dat afgezet is tegen de achtergrond van de internationale gegevens uit het rapport van dit project (V.6).

Naast het onderzoek op het gebied der vergelijkende opvoedkunde is van het grootste belang, dat er onderzoek gedaan wordt omtrent:

1. moderne schoolwiskunde als leerstof (V.3);
2. didactische werkvormen (V.3);
3. leerstofordening en leertheorie i.v.m. leerboeken (IV.2.6.3);
4. methodiek ten dienste van lerarenopleiding (VI.3.1.8).

Omtrent de leerstof uit de moderne wiskunde is er nog weinig onderzoek gedaan, dat aan de eisen van de onderwijsresearch voldoet (V.3). Uit een internationale enquête omtrent eenvoudige criteria ten aanzien van deze research, bleek dat alleen in een enkele staat van de Verenigde Staten en in Scandinavië aan deze eisen voldaan is (V.5). De snelle ontwikkeling van de researchmethodologie brengt echter mede, dat men het zich momenteel niet kan veroorloven elk onderzoek te herhalen, waarvan de researchmethodiek verouderd is.

Summary

THE MODERNIZATION OF THE TEACHING OF MATHEMATICS

In this study the modernization of the teaching of mathematics is dealt with in connection with the actual situation. In the first place it is deduced historically what should be understood by modern mathematics. The conclusion is that this is the mathematics that forms the background in the modernization of school mathematics, both national and international.

The historical background of the modernization of school mathematics is subjected to a survey in which Felix Klein and the Erlanger Programm in particular come up for discussion. The central place of logic and its incorporation in school mathematics are reviewed.

'The twentieth century is the golden age of mathematics' says G. Baley Price, chairman of the Department of Mathematics at the University of Kansas. Since 1900 more mathematics has been created than in all previous centuries together. The present century has seen the genesis and the great development of new domains of pure mathematics, such as abstract algebra, topology, dimension theory and the theory of Hilbert spaces. Before 1930 these new branches of mathematics were not yet taught at universities.

As it is not possible nowadays to be a mathematician without having some knowledge of these new subjects, retraining of mathematicians has become necessary. This also applies to mathematicians who are teachers. Because of his profession a teacher is not a specialist in any field of mathematics, so that the problem is not the same as for other mathematicians who are generally working in a definite field. Moreover a teacher owes it to his very profession to continue to survey the development of the whole of mathematics.

Retraining mathematics teachers is therefore a problem which requires a special solution, namely a retraining conducted and organized by universities.

The rapid development of mathematics also causes problems with respect to school mathematics. University teaching has tried hard to keep pace with this development, which means that the changes in the content have widened the gap between mathematics taught at universities and mathematics taught at schools, which were initially unaffected by the developments.

Afterwards didactics broke away from psychologies of learning and thinking as imperatives. Both psychologies still have an advisory function in motivating action in a teaching-learning situation. But in this situation a prominent part is also played by the interaction between the intrinsic characteristics of the subject-matter to be taught and the didactical- and development-psychological motives with regard to the learning child, which leads to *arrangement of the subject-matter*. A further very important aspect is the *theory of learning* which depends on the objective of learning.

Arrangement of subject-matter, didactic methods and theory of learning are the three aspects of the teaching-learning situation. In his didactic analysis Van Gelder puts this teaching-learning situation between the initial situation and the *objective of learning*. The ideas of Van Gelder lead to a didactic model rather than to a didactic theory. In itself this is a merit, which is even greater because this model provides a framework for the teaching-learning situation, so that the latter can be investigated. The great merit lies in its universal character. The model can be used in the situation of the child that is learning individually by means of programmed instruction as well as in a class situation with optimum differentiation.

The criteria for a didactic theory are nowadays no longer found in the imperatives but in the *empiric verification*. When we wish to investigate whether a subject, for instance taken from modern mathematics, is suited to be taught in a certain type of school, we have to distinguish clearly what are the variable factors in the situation in which the investigation takes place.

In the didactic process we distinguish: initial situation; arrangement of subject-matter – didactic method – theory of learning; objective. Still other variables are the school organization; the class subjected to the experiment; the teacher.

The purpose of the experiment is to ascertain whether or not the subject-matter is suited to a certain type of school.

This objective can be operationalized by composing questions and problems of which the right answers and solutions, respectively, warrant that the subject has been understood and assimilated by the pupils and is consequently suited to that school.

The modernization of schoolmathematics, which usually takes the form of modernizing the teaching of mathematics, is now a problem of the first order. It is an international problem of which the solution is being developed at an unequal pace in the various countries. Besides the work done in Russia, there has been an explosive development in the United States of America since 1957. The various centres in the United States are tackling the problem in a way of their own, i.e. in contact with each other but not in a concerted effort. In Europe the problem came up for discussion at Royaumont, France, in December 1959 during a conference under the auspices of the O.E.C.E. At Dubrovnik, Yugosla-

via, a working group has made a scheme for a European Mathematics curriculum.

The Scandinavian countries show a coordinated pragmatic and registered development. So do England and Scotland, the development in the latter country being accompanied by research. In France developments run parallel but, as regards the content, in a more theoretical direction under the influence of Bourbaki. A similar trend can also be observed in Germany. In Holland some test texts in the field of mathematics have been tried at grammar schools.

For grammar schools, new style, a Scottish test text is being adapted.

The modernization of education as a whole is a process that perhaps develops at a slower pace, because it is influenced less by economical-social and more by cultural-social developments. Though the twentieth century has been called the century of the child, it cannot be said that the learning child occupies a central position in secondary education.

The theories of learning have developed from theories of ability, imagination etc. into a phenomenology of learning which, in Holland has crystallized into a theory of the stratiformity of thinking upon which an autonomous and intentional learning process has been grafted (Van Parreren). Among the psychologies of thinking it has chiefly been that of Selz which has exerted a great influence on didactics. It forms the starting-point for Kohnstamm's theory of 'learning to think'.

Apart from ascertaining the school organization and the pupils' state of psychological development, analysis of the initial situation serves in the first place to establish the necessary previous knowledge of the pupils of the class.

This knowledge, too, can be operationalized and, in consequence, tested. We may consider the whole matter in a logical sense as a *function* between *subject-matter* and *learning performance per pupil*. The subject-matter belongs to the *domain*, the learning performance belongs to the *range*.

The analysed initial situation is the condition of existence of the function. The didactic method, the arrangement of subjects for tuition and the learning-theoretical aspects of the didactic process are the *parameters* of the function. These parameters are interdependent. They can be changed for each phase of teaching. A decision in this respect rests with the teacher. In an experimental situation, however, these parameters can be fixed, per phase, on the basis of an investigation or in accordance with advice from experts. Parameters are varying characteristics of the situation.

One could say of course that teachers and classes also differ among themselves. However, these are *statistical variables* to which the requirements of *representativity* and *random-test size* apply. Furthermore we have to make a distinction between the *objective of the experiment*, in which the pupils belong to the medium of the experiment, and the *objective of the lessons*, in which, if

rightly done, the relation between subject-matter and medium and the pupils are the independent variables (elements of the domain).

Moreover, in the didactic process not only material objects of learning are aimed at but also objects of teaching, training and education. This is a reason for informing the participating teacher of the objective of the experiment but not of the operationalized objective. Otherwise one incurs the risk that the other objects in view are reduced or that they will even act as a *means* to attain the operationalized objective.

Another reason is the methodological requirement of educational research that the tasks of the research-worker and of the testleader should remain strictly separated. This implies that the testleader (the teacher) does not know the operationalized objective.

A third reason has already been stated above. The objective of the experiment can, but needs not, be identical to the teaching objective of the teacher. In consequence, the objective of the experiment may not be attained in excellent lessons, whereas such an experiment may succeed in lessons that are far from successful. Since an experiment as discussed here is concerned with the subject-matter, whereas the action of the teacher is motivated by the pupils, we should entrust the functions of test leader and research-worker to different persons.

Lastly, it is a methodological requirement that besides the testing of the necessary previous knowledge, a pre-test should be made to ascertain that the pupils subjected to the experiment do not have any knowledge of the subject to be taught.

We sent a questionnaire about these criteria to fourteen different countries. The questions relating to the trials with the texts give an idea of the methodological background of the accompanying educational research.

- (a) Have test texts been used?
- (b) Are there already definitive texts?
- (c) Were the performances of the pupils tested by an authority who was independent of the teacher conducting the tests?
- (d) Had these tests already been fixed before the experiment started?
- (e) Have the experiments perhaps been repeated?

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
Spain	yes	no	no	no	yes
Italy	yes	no	no	no	no
Canada	yes	yes	no	no	yes
Western Germany	yes	yes	no	no	yes partly
France	yes	no	no	—	yes
Ireland	yes	no	yes	no	no
England	yes	yes	yes	no	—
Greece	yes	no	yes	no	no

	(a)	(b)	(c)	(d)	(c)
U.S.A. (S.M.S.G.)	yes	yes	yes	no	yes in an improved version
Belgium	yes	yes	no	no	yes
Sweden	yes	no	yes	no	yes
Norway	yes	no	yes	no	yes
Austria	no	—	no	—	—
Luxemburg	yes	no	no	no	—

Test texts are being used. Most of these are not yet definitive ones. In general the pupils' results have been judged by the teacher. In those cases where they had not been prepared by the teacher, they were not composed before the beginning of the experiments. In a few instances that was not done either. Partly the experiments were repeated. Consequently, if there were objectives they were not operationalized in any one case before the experiment had started. Nor were they operationalized when the experiment was repeated. In none of the cases did the experiments become testing investigations. And in none was the educational research completed, or was educational research taken up seriously. The S.M.S.G. in the U.S.A. and the 'Nordisk Kommitten för Modernisering av Matematikundervisningen' are making the highest demands upon research.

We are confronted nowadays on the one hand with the modernization of schoolmathematics as regards the content and on the other with the possibility of investigating how adequate didactic methods, theories of learning and arrangements of subject-matter can be optimized. Besides, our educational system is undergoing a drastic change. This change is such that it requires a reconsideration of both subject-matter and educational methods. Moreover, it entails a repartition of the competency requirements. Therefore, and also on other grounds, adequate training of teachers becomes all the more necessary.

Whilst four periods can be distinguished in the developments that lead to a scheme for the training of teachers, the fifth period will perhaps begin after the discussion about the interim report on the training of teachers drawn up by the committee set up under the decree of December 31st, 1964 by the then minister of Education, Arts and Sciences in order to advise him about:

1. the organization of the training for the certificates of competency,
2. the programmes of the examinations required to obtain the said certificates,
3. the organization of the training for the certificate of sufficient educational and didactic preparation,
4. the measures to be taken for the adjustment of the existing regulations concerning the training and the examinations for the certificates.

The report considers the examinations, the duration of training courses and the admission to the examinations, the combination of subjects of tuition and the competencies to be attached to the certificates, the general programme and

the curriculum. It also goes into the educational schooling as well as retraining and refresher courses for teachers.

It contains much material for discussions, which, if well conducted, may lead to an elaborate scheme for the training of teachers. A proposal for a programme for mathematics within the framework of the proposed training scheme for teachers is made in the present study. The developments leading to the modernization of mathematics as regards the content are not peculiar to Holland. They are an international process in which this country participates. The changed ideas about the teaching-learning situation are not confined particularly to Holland. Nor are the changes in our educational system a novelty in Europe. As regards the training of teachers much remains to be done in this country. It is therefore very important to know what position we occupy relative to the changes in education and the quality of education in other countries. In this connection a remarkable inquiry has been made in the field of comparative education. So far comparative education has confined itself chiefly to descriptions of educational systems in various countries. Cultural backgrounds of these systems and other distinctive features were objects of study. Both the UNESCO and the O.E.C.D. have intensified the interchange of data about the organization of teaching, curricula and educational methods.

A growing awareness of the important role that formal education plays in promoting or hindering social and economic developments and the realization that few countries have sufficient resources or manpower to meet the steadily growing demand for educational expansion have underlined the need for a searching and critical inquiry into the efficiency of present arrangements.

The 'International Study of Achievements in Mathematics' reported by Husén is a first step in this direction. It was inaugurated when representatives of research institutes in twelve countries met at the UNESCO Institute for Education in Hamburg and formed a Council of the International Project for the Evaluation of Educational Achievement (I.E.A.). Since the aim of the project was to test a number of fundamental hypotheses relating to the achievements of different patterns of educational organization set in a variety of social and cultural contexts, its design was inevitably complex.

In general terms, international studies such as this one can enable educationalists to benefit from the educational experience of other countries. The outcome helps them to view their own system of education more objectively, because for the first time many of the variables related to educational achievement have been quantified in a standardized way. This exercise and the analysis of the content of mathematics-syllabi and the objectives of mathematics teaching have resulted in educationalists being able to examine their own system in a more critical light. In many of the countries national reports will be written, assessing the national results against the background of the international data.

Over and above the research in the field of comparative education, it is most

important that investigations should be instituted into:

1. modern schoolmathematics as subject-matter of tuition
2. didactic methods
3. arrangement of subject-matter and theory of learning in connection with text books
4. methodology to be used in the training of teachers.

Few investigations meeting the requirements of educational research have so far been made into the subject-matter which could be taken from modern mathematics. An international inquiry after simple criteria in respect of this research showed that it satisfies these requirements only in one or two states of the United States and in Scandinavia. Because of the rapid development of research methodology, however, one cannot afford at this juncture to repeat every investigation of which the methodology has got out of date in the meantime.